

Sistem Pegas Massa dengan Dua Derajat Kebebasan

Oleh:

S Tri Umimartawati

013114024

ABSTRAK

Suatu sistem mekanika berupa sistem pegas massa dikatakan mempunyai dua derajat kebebasan apabila pada sistem tersebut mempunyai dua kuantitas bebas (independent quantities), dalam hal ini berupa x_1 dan x_2 , yang menyatakan posisi benda dari keadaan setimbangnya. Selanjutnya, sistem pegas massa tersebut disebut sebagai sistem pegas massa dengan dua derajat kebebasan.

Persamaan gerak dari sistem pegas massa dengan dua derajat kebebasan diperoleh melalui pemodelan, di mana perumusan model matematikanya berdasarkan metode Newton dan metode Lagrange. Sehingga, melalui pemodelan tersebut diperoleh persamaan geraknya berupa sistem persamaan diferensial linier orde dua, $M\ddot{X} + KX = f$, dengan M , K adalah matriks bujursangkar berukuran 2×2 , yang elemen-elemennya ditentukan oleh massa dan konstanta pegas. X adalah matriks kolom, yang elemen-elemennya ditentukan oleh posisi benda dari keadaan setimbangnya. Sistem persamaan diferensial tersebut dapat diselesaikan menggunakan dua metode, yaitu metode pendekatan ruang vektor dan metode pendekatan teori matriks. Jika $f = 0$, maka persamaan pada sistem pegas massa berupa persamaan diferensial homogen dan solusinya adalah:

$$x_{1,2}(t) = [a_1 \cos(\omega_1 t) + b_1 \sin(\omega_1 t)]E_1 + [a_2 \cos(\omega_2 t) + b_2 \sin(\omega_2 t)]E_2, \quad E_{1,2}$$
 adalah vektor eigen diperumum dari matriks M dan K . $a_{1,2}, b_{1,2}$ adalah konstanta.

Solusi tersebut diinterpretasikan bahwa pada sistem pegas massa dengan dua derajat kebebasan tanpa pengaruh gaya luar f , osilasi hanya dipengaruhi oleh frekuensi natural ω serta besarnya amplitudo ditentukan oleh posisi awal x_0 dan laju awal benda \dot{x}_0 . Jika $f \neq 0$, maka persamaan pada sistem pegas massa berupa persamaan diferensial tak homogen yang mempunyai solusi

$$x_{1,2}(t) = [a_1 \cos(\omega_1 t) + b_1 \sin(\omega_1 t) + x_p]E_1 + [a_2 \cos(\omega_2 t) + b_2 \sin(\omega_2 t) + x_p]E_2,$$
 dengan x_p adalah solusi partikular. Solusi tersebut diinterpretasikan bahwa pada sistem pegas massa dengan dua derajat kebebasan dengan pengaruh gaya luar f , osilasi tidak hanya ditentukan oleh frekuensi naturalnya tetapi juga ditentukan oleh frekuensi dari gaya luarnya, ω'' . Pengaruh frekuensi dari gaya luar dapat menyebabkan terjadinya resonansi pada sistem ini.